

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОРРОДИРУЮЩЕГО СТРЕЖНЯ ПРИ ОСЕВОМ РАСТЯЖЕНИИ

*А.С. Штельмах, ПАО «Криворожский железорудный комбинат», Украина
А. П. Иванова, Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», Украина*

В статье анализируются причины, приводящие к аварийному разрушению крупногабаритных металлических конструкций, которое может происходить внезапно, сопровождаться человеческими и материальными потерями. Особое внимание уделено влиянию вида деформации на коррозионный износ элементов таких конструкций и возможность их безаварийной эксплуатации. Представленные в работе зависимости позволяют определить долговечность растянутых стержневых элементов круглого и кольцевого сечений, сечений из основных фасонных профилей, а также стержней произвольного поперечного сечения.

Введение. Крупногабаритные стержневые металлоконструкции широко применяются в различных отраслях промышленности. К ним относятся металлоконструкции шахтных копров, морских стационарных платформ, портовых перегрузочных машин, антенно-мачтовых и других уникальных ответственных сооружений. Такие конструкции подвергаются воздействию квазистатических, циклических, динамических и случайных нагрузок, они эксплуатируются в условиях коррозионных сред и испытывают влияние перепада температур. Эти факторы приводят к уменьшению несущей способности, сокращению расчетного срока эксплуатации конструкций и к их внезапному аварийному разрушению [1].

Обеспечение надежности и долговечности уже возведенных строительных конструкций, является одним из приоритетных направлений современного строительства и достигается, в том числе, повышением степени их защищенности от воздействия агрессивной среды.

Состояние вопроса. Методы исследования и расчета конструкций с учетом дефектности материала, развиваются и усовершенствуются с позиции механики хрупкого разрушения. Применительно к металлическим конструкциям, понятие дефектность материала напрямую связано с коррозионным износом, который приводит к отказу отдельных элементов конструкций. Именно локальные повреждения (выход из строя одного из элементов или одной связи) иногда влекут за собой потерю несущей способности всей конструкции, а если элемент является основным и несущим, то может разрушиться весь объект. Обработка данных по аварийным разрушениям стержневых металлоконструкций Украине и за рубежом [7] представлена в таб. 1.

Таблица 1

№ п/п	Причины разрушения	%
1.	Влияние условий эксплуатации	60
2.	Влияние человеческого фактора	19
3.	Разрушение отдельных элементов конструкции	10
4.	Внезапные воздействия (терракты, пожары, землетрясения)	8
5.	Причина неопределена	3

Анализ данных из таблицы 1 позволяет сделать вывод, что коррозионные повреждения можно отнести к 1-ой, 3-ей, и возможно 5-ой позиции - именно коррозия является одним из наиболее весомых факторов, вызывающих разрушения стержневых металлоконструкций.

В отличие от задач в классической постановке, многие константы, характеризующие свойства элемента в нейтральной среде, становятся функциями, если элемент эксплуатируется в агрессивной среде. При этом степень их изменения обычно неодинакова для различных точек конструкции. Таким образом, воздействие агрессивной среды приводит к возникновению наведенной (изменяющейся во времени) неоднородности геометрических и, в некоторых случаях, механических свойств по области конструкции.

В строительных нормативных документах до недавнего времени проблема учета воздействия агрессивной среды вообще отделялась от проблемы расчета конструкций. Коррозионный износ предлагается учитывать путем увеличения толщины конструктивного элемента на величину равную произведению средней скорости коррозии на предполагаемый срок эксплуатации конструкции. Приведенные значения коэффициентов запаса, принятых при расчетах конструкций на прочность и устойчивость, требуют уточнения.

Одним из путей повышения эффективности расчета стержневых конструкций с изменяющимися геометрическими характеристиками является вывод аналитических формул, позволяющих в явном виде установить зависимость между временем эксплуатации, параметрами нагружения и агрессивной среды и текущим состоянием какого-либо элемента конструкции. Перспективность этого направления заключается в расширении возможностей прогнозирования долговечности конструкции применительно к условиям ее эксплуатации.

Постановка задачи. Среди конструкций, эксплуатирующихся в агрессивных средах, осо-

бое место занимают стержневые конструкции – копры, фермы, мачты. Коррозионный процесс приводит к изменению геометрических размеров элементов, а следовательно к перераспределению усилий и напряжений в них. Вышеприведенные процессы описываются с помощью систем дифференциальных уравнений (СДУ), независимо от метода оптимизации, возникает необходимость их многократного решения. Как известно, погрешность численного решения СДУ зависит от шага интегрирования. Для оценки погрешности на каждой итерации необходимо выполнять дополнительные вычисления, что значительно усложняет решение задачи [5], поэтому логическим является задавать шаг интегрирования отдельно на каждой итерации оптимизации так, чтобы погрешность полученного решения не превышала заданную [3].

Результаты исследований. Представленные в работе аналитические формулы позволяют определить, с учетом изменения геометрических характеристик, долговечность растянутых стержневых элементов произвольного поперечного сечения. Полученные выражения использованы при исследовании долговечности растянутых стержней круглого и кольцевого сечений, и основных фасонных профилей. Исследуется влияние формы поперечного сечения стержня на его несущую способность и долговечность при эксплуатации в агрессивной среде.

Рассмотрим круглый стержень радиуса R , растянутый силой Q и находящийся в агрессивной среде, вызывающей изменение его площади сечения. В качестве модели коррозионного износа была принята модель В.М. Долинского [2]:

$$\frac{d\delta}{dt} = v_0 \cdot [1 + k\sigma] \quad (1)$$

где δ – глубина коррозионного износа, v_0 – скорость коррозии при отсутствии напряжений (химическая составляющая коррозионного процесса); σ – абсолютное значение эквивалентного напряжения, k – коэффициент, учитывающий влияние напряжения на скорость коррозии.

Следует отметить, что ряд других известных моделей коррозионного износа [6] достаточно точно могут быть приведены к модели (1) с помощью процедур, обстоятельно описанных в работе [4].

Рассмотрим (1) относительно, изменяющегося с течением времени, геометрического параметра h :

$$\frac{dh}{dt} = -v_0 \cdot [1 + k\sigma] \quad (2)$$

Принимая в качестве геометрического параметра радиус сечения стержня R , запишем формулу для напряжения в виде:

$$\sigma(t) = \frac{Q}{\pi R^2(t)} \quad (3)$$

Дифференцируя (3) по времени, получаем:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma}{dR} \cdot \frac{dR}{dt} = 2 \cdot Q \frac{v_0(1 + k\sigma)}{\pi R^3} \quad (4)$$

После преобразований, из (4) получим дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными относительно σ и t .

$$\frac{d\sigma}{dt} = 2 \cdot \sqrt[3]{\sigma^2} \cdot \frac{\nu_0(1+k\sigma)}{R_0\sqrt{\sigma_0^2}}, \quad (5)$$

где R_0 и σ_0 - радиус стержня и напряжение в начальный момент времени.

Интегрируя (5), получим формулу, позволяющую определить время, за которое напряжения в стержне возрастут от σ_0 до σ :

$$t^* = \frac{R_0\sqrt{\sigma_0}}{\nu_0} \cdot \left\{ \frac{\sqrt{\sigma} - \sqrt{\sigma_0}}{\sqrt{\sigma\sigma_0}} + \sqrt{k} \left(\arctg \sqrt{k\sigma_0} - \arctg \sqrt{k\sigma} \right) \right\}. \quad (6)$$

Подставив в (6) предельное значение напряжений, можно получить значение долговечности стержня.

Рассмотрим стержень произвольного поперечного сечения. Для определения напряжения в нем нужно знать выражение для площади сечения в некоторый момент времени. Полагая, что значения площади и периметра сечения в начальный момент времени известны, представим площадь в следующем виде:

$$F(t) = F_0 - P_0\delta(t), \quad (7)$$

где P_0 и F_0 - периметр и площадь сечения в начальный момент времени; $\delta(t)$ - текущее значение параметра поврежденности. Записываем с учетом (7) выражение для напряжения

$$\sigma(t) = \frac{Q}{F_0 - P_0\delta(t)}. \quad (8)$$

Дифференцируя его по t и учитывая, что $\frac{d\delta}{dt} = -\frac{dh}{dt}$, получим

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma}{d\delta} \cdot \frac{d\delta}{dt} = \frac{QP_0}{(F_0 - P_0\delta)^2} \nu_0(1+k\sigma). \quad (9)$$

Или

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{P_0\sigma^2}{F_0\sigma_0} (1-k\sigma), \quad (10)$$

откуда

$$t^* = \frac{F_0\sigma_0\sqrt{\sigma_0}}{\nu_0 P_0} \cdot \left\{ k \cdot \ln \left[\frac{(1+k\sigma)\sigma_0}{(1+k\sigma_0)\sigma} \right] + \frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma\sigma_0} \right\}. \quad (11)$$

Таким образом, для стержня произвольного сечения получена формула, позволяющая определить его долговечность. Однако, при выводе этой формулы в (8) не были учтены члены, содержащие δ , в то время как их влияние может быть весьма значительно, особенно для сечений с малым отношением F_0/P_0 , что характерно для фасонных профилей. В этом случае

формула (11) позволяет определить долговечность стержня лишь приближенно [4]. Погрешность формулы (11) будет исследована ниже.

Представим выражение для площади сечения в виде:

$$F(t) = F_0 - P_0 \delta(t) + s \delta^2(t), \quad (12)$$

где s - коэффициент формы сечения ($s = 4$ для большинства фасонных профилей).

Записываем выражение для напряжения (8) с учетом (12) и дифференцируем его по времени, тогда:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{Q(P_0 - 2s\delta)}{(F_0 - P_0\delta + s\delta^2)} v_0(1 + k\sigma) \quad (13)$$

В это уравнение входит параметр поврежденности δ , являющийся неявной функцией напряжения и времени. Таким образом, аналитическое решение уравнения (13) получить невозможно.

Воспользуемся уравнением (2), рассматривая его относительно δ . Подставив в него выражение для напряжения с учетом (12), получим.

$$\frac{d\delta}{dt} = v_0 \left(1 + k \frac{Q}{F_0 - P_0\delta + s\delta^2} \right) \quad (14)$$

Это уравнение с разделяющимися переменными, которое легко может быть проинтегрировано. В зависимости от формы поперечного сечения возможны два варианта его решения:

$$t^* = t - \frac{2kQ}{v_0 d_1} \left\{ \arctg \frac{2a\delta + b}{d_1} - \arctg \frac{b}{d_1} \right\}, \quad (15)$$

или

$$t^* = t - \frac{2kQ}{v_0 d_2} \ln \left\{ \frac{(2a\delta + b - d_2) \cdot (b + d_2)}{(2a\delta + b + d_2) \cdot (b - d_2)} \right\}. \quad (16)$$

В (15) и (16) приняты следующие обозначения: $t_0 = \frac{\delta}{v_0}$; $a = s$; $b = -P_0$; $c = F_0 + kQ$;

$$d_1 = \sqrt{4ac - b^2}; \quad d_2 = \sqrt{b^2 - 4ac}.$$

Формула (15) справедлива при $4ac - b^2 > 0$, в противном случае применяем формулу (16).

В полученных выражениях значение времени определяется через соответствующее ему значение параметра поврежденности δ , которое заранее неизвестно. Для его определения воспользуемся формулой для напряжения, преобразовав её к виду

$$s\delta^2 - P_0\delta + F_0 - \frac{Q}{\sigma} = 0 \quad (17)$$

Решая данное квадратное уравнение, получим значение параметра поврежденности δ соответствующего напряжению σ .

Таким образом, для стержневых элементов, работающих на растяжение, получены форму-

лы, позволяющие определить их долговечность. При этом для стержней круглого сечения долговечность определяется точно из (6); для стержней произвольного сечения - точно из решения системы (15) и (17) или (16) и (17) и приближенно – из (11).

В качестве примера рассматриваются стержни круглого (кольцевого) сечения и основные фасонные профили: двутавр, швеллер и уголок. При этом номера профилей выбираются таким образом, чтобы в начальный момент времени стержни имели одну и ту же площадь поперечного сечения.

Для растянутых стержней, как это видно из формул (11), (12), (13), при одних и тех же нагрузках и параметрах агрессивной среды на долговечность стержня значительное влияние оказывает периметр сечения. Очевидно, с его увеличением (при постоянной площади сечения) резко снижается долговечность стержня. На рисунке 1 показаны кривые роста напряжений в растянутых стержнях круглого (кривые 1), двутаврового (кривые 2), швеллерного (кривые 3) и уголкового (кривые 4) профилей для различных значений приложенной нагрузки ($Q=10000$ кг - сплошная линия; $Q=15000$ кг - штриховая линия) и заданных параметров агрессивной среды: $v_0=0,1$ см/год; $k=0,005$ МПа⁻¹. Исследования проводились для фасонных профилей № 10 и круга радиуса $R=1,92$ см. При этом площади сечений всех четырех профилей, а, следовательно, и напряжения в начальный момент времени имели очень близкие значения. Цифрами на рисунке обозначены значения коэффициента слитности сечений - отношения периметра сечения к его площади $\eta = \frac{P_0}{F_0}$. Предельное значение напряжения $[\sigma]=240$ МПа.

Следует отметить, что при нагрузке $Q=10000$ кг долговечность стержней двутаврового и швеллерного профилей определялась не условием прочности, а ограничением по сплошности сечения ($[\delta]=0,75D$). Как следует из результатов расчета, наиболее предпочтительным при растяжении оказывается круглое сечение, наименее предпочтительным - двутавровое, у которого коэффициент слитности почти в 3,5 раза выше, чем у круга.

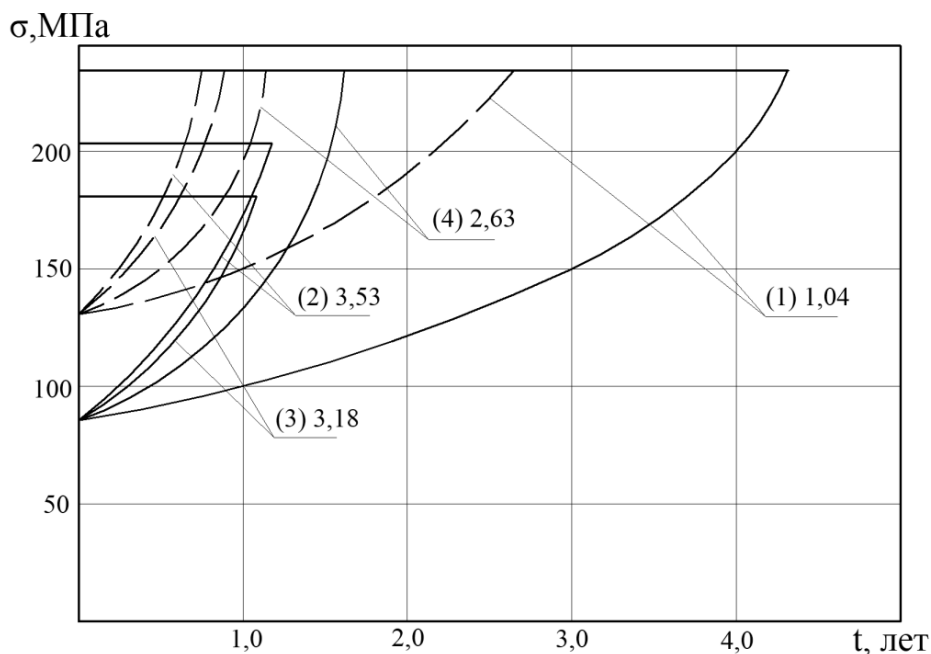


Рис.1. Изменение напряжений в растянутых стержнях различного профиля с течением времени

В таблице 2 (сравнение численного и аналитического значения долговечности растянутых стержней) представлены значения долговечности растянутых стержней, полученные аналитически и численно, с различным шагом Δt , а также соответствующие значения погрешности. Параметры агрессивной среды и уровень нагружения - те же, что и ранее. В данном слу-

чае ограничения по сплошности сечения не учитывались, чем объясняется расхождение значений долговечности для двутаврового профиля, приведенные в таблице и на рис.1.

Таблица 2

Шаг интегрирования Δt , лет	Круг R=1,92см		Двутавр №10		Уголок №10	
	$t_a=4,5348$ года		$t_a=1,1343$ года		$t_a=1,5900$ года	
	t , лет	ε , %	t , лет	ε , %	t , лет	ε , %
0,250	4,5868	1,146	1,1720	3,625	1,6310	2,575
0,200	4,5769	0,928	1,1709	3,165	1,6285	2,417
0,150	4,5665	0,698	1,1622	2,398	1,6202	1,896
0,100	4,5560	0,469	1,1540	1,682	1,6113	1,340
0,050	4,5455	0,236	1,1455	0,927	1,6011	0,694
0,025	4,5401	0,118	1,1403	0,469	1,5956	0,349

Как видно из таблицы, для достижения одной и той же точности численного решения для различных типов сечений требуется различная величина шага по времени. Наибольшая погрешность численного решения при этом наблюдается для двутаврового стержня. Объясняется это тем, что при одной и той же площади сечения периметры сечений, а, следовательно, и изменение площадей сечений за единицу времени для различных профилей резко отличаются. Это требует более мелкого шага по времени при численном решении задачи Коши для (2).

Погрешность формулы (11) определяется из выражения: $\varepsilon = \frac{|t_a^* - t_y^*|}{t_a^*}$,

где t_a^* - долговечность стержня, определенная по формулам (16) или (17);

t_y^* - по формуле (11).

Анализ полученных результатов позволил определить границы применимости упрощенной формулы. Ее применение в инженерных расчетах правомерно для тонкостенных профилей и высоким уровнем начальных напряжений.

Выводы.

1. Значительное разрушающее воздействие на стержневые металлоконструкции конструкции оказывают условия эксплуатации, человеческий фактор и локальные повреждения. При этом, как видно из таблицы 1, лишь часть воздействий, приводящих к катастрофическим разрушениям, учитывается действующей нормативной базой. В связи с этим актуальной является задача более глубокого изучения поведения стержневых металлоконструкций в условиях нерегламентированных нормами воздействий, в том числе при частичном повреждении и разрушении отдельных элементов.

2. Получено решение задачи долговечности стержневых элементов произвольного сечения в аналитическом виде. Значение параметра поврежденности для растянутых стержней, соответствующее моменту исчерпания несущей способности, предложено определять путем решения квадратного или нелинейного уравнений. Долговечность определяется, как промежуток времени, за который напряжение в стержне увеличится от своего начального до критического значения. Исследовано влияние формы поперечного сечения и геометрических размеров стержневых элементов на их долговечность.

Список литературы.

1. Беляев Б.И. Причины аварий стальных конструкций и способы их устранения / Беляев Б.И., Корниенко В.С. – М.: Стройиздат, 1968. – 209с.

2. Долинский В.М. Расчёт элементов конструкций, подверженных равномерной коррозии / Долинский В.М. // Исследования по теории оболочек. – 1976. – № 7. – С. 37–42.
3. Зеленцов Д.Г. Решение задачи долговечности корродирующих конструкций при ограничении на допустимую погрешность / Д.Г. Зеленцов, А.А. Радуль // Металлические конструкции. – 2011. – Том 17, № 1. – С.25-32.
4. Зеленцов Д.Г. Обґрунтування вибору математичних моделей, які описують процес корозії під напругою в металевих елементах конструкцій / Д.Г. Зеленцов, Т.С. Казанцева // Вопросы химии и химической технологии. – 2003. - №2. – С. 146 – 148.
5. Колесник І.А. Про похибку кінцево-елементних процедур в задачах довговічності багатоеlementних конструкцій, які підлягають корозійному зносу. / Колесник І.А., Зеленцов Д.Г., Храпач Ю.О. // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2002. – № 70. – С. 176–181.
6. Овчинников И.Г. Моделирование кинетики коррозии металлоконструкций с использованием банка математических моделей коррозии/ И.Г. Овчинников, НБ. Кудайбергенов, М.С. Дворкин // Проблемы повышения надежности и долговечности конструкций зданий и сооружений: сб. трудов. – Шымкент: КазХТИ. – 1993. – С. 9–25.
7. По материалам ресурса «копилка катастроф, отказов, поломок и выводы из них». // URL: <http://www.cqham.ru/forum/showthread.php?t=4962>